

1. Uvod

1.1. Euklidski prostor

Pojam rastojanja u prostoru R^n , dužine vektora i pojam ugla između dva vektora prostora R^n baziraju se na pojmu skalarnog proizvoda. Pored navedenog definisaćemo i još neke karakteristike Euklidskog prostora.

Definicija 1. Pod skalarnim proizvodom vektora $V = (v_1, \dots, v_n)$ i $W = (w_1, \dots, w_n)$ u prostoru R^n podrazumevamo realan broj

$$(1) \quad V \cdot W = (v_1 w_1 + \dots + v_n w_n).$$

Za skalarni proizvod $V \cdot W$ često se koristi i oznaka $\langle V, W \rangle$.

Skalarni proizvod vektora u prostoru R^n predstavlja realnu funkciju definisanu na Dekartovom proizvodu $R^n \times R^n$.

Osobine skalarnog proizvoda u prostoru R^n navedene su u sledećem stavu.

Stav 1. Za proizvoljne vektore $V, W, X \in R^n$ i za brojeve $a, b \in R$ važe sledeće relacije:

$$(1^\circ) \quad V \cdot W = W \cdot V \text{ (komutativnost skalarnog proizvoda);}$$

$$(2^\circ) \quad V \cdot V \geq 0 \text{ i } V \cdot V = 0 \text{ ako i samo ako je } V = 0 \text{ (pozitivna definitnost);}$$

$$(3^\circ) \quad (aV + bW) \cdot X = a(V \cdot X) + b(W \cdot X);$$

$$X \cdot (aV + bW) = a(X \cdot V) + b(X \cdot W).$$

Osobina (3°) se naziva linearnost po prvom i po drugom argumentu, tj. bilinearnost skalarnog proizvoda vektora.

Definicija 2. Pod n -dimenzionalnim realnim **Euklidskim prostorom** R^n podrazumevamo n -dimenzionalni realni vektorski prostor R^n snabdeven skalarnim proizvodom (1).

Definicija 3. Za proizvoljan vektor $V \in R^n$ nenegativan broj

$$(2) \quad \|V\| = \sqrt{V \cdot V}$$

naziva se *normom* (ili *dužinom*) vektora V .

Za proizvoljne vektore $V, W \in R^n$ je ispunjeno: $|V \cdot W| \leq \|V\| \|W\|$. Ova osobina se naziva *nejednakošću Koši-Švarc-Bunjakovskog*.

Norma vektora V u prostoru R^n poseduje sledeće osobine:

- (1°) $\|V\| \geq 0$ i $\|V\| = 0 \Leftrightarrow V = 0$;
- (2°) $\|\lambda V\| = |\lambda| \|V\|$ ($\lambda \in R$);
- (3°) $\|V + W\| \leq \|V\| + \|W\|$;
- (4°) $\|V + W\| = \|V\| + \|W\|$ ako i samo ako je $V = 0$, ili $W = 0$, ili $W = rV$ za neko $r > 0$.

Definicija 4. Za proizvoljne dve tačke $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, $Q = (q_1, q_2, \dots, q_n) \in R^n$ izraz

$$d(P, Q) = \|\overline{OQ} - \overline{OP}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (q_i - p_i)^2}$$

naziva se *rastojanjem* (ili *Euklidskim rastojanjem*) između tačaka P i Q .

Posebno je $d(O, P) = \|\overline{OP}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n p_i^2}$ dužina vektora \overline{OP} .

Stav 2. Rastojanje $d : R^n \times R^n \rightarrow R$ u prostoru R^n ima sledeće osobine:

- (1°) $d(P, Q) \geq 0$ i $d(P, Q) = 0$ ako i samo ako je $P = Q$;
- (2°) $d(P, Q) = d(Q, P)$;
- (3°) $d(P, Q) \leq d(P, M) + d(M, Q)$, za proizvoljne tačke $P, Q, M \in R^n$.

Svaka funkcija $d : R^n \times R^n \rightarrow R$ koja ima osobine iz prethodnog stava se naziva metrikom na prostoru R^n . Euklidsko rastojanje je jedna metrika na prostoru R^n .

Definicija 5. Vektor $V \in R^n$ nazivamo *jediničnim* (ili *normiranim*), ako je $\|V\| = 1$.

Ako je $V \neq 0$ proizvoljan nenula vektor prostora R^n , tada se lako može videti da je vektor $V_0 = \frac{1}{\|V\|} V$ jedinični i kolinearan sa V .

Definicija 6. Ugao θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) određen relacijom $\cos \theta = \frac{V \cdot W}{\|V\| \|W\|}$, tj. sa

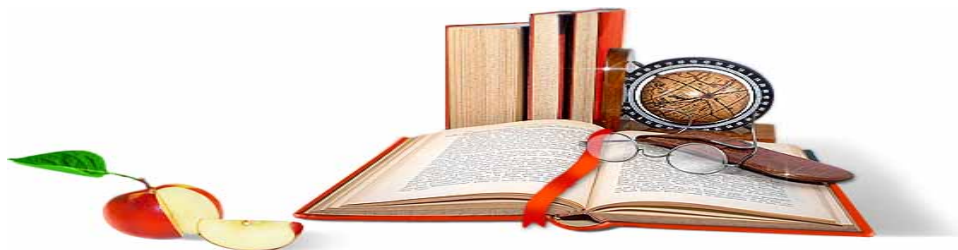
$$\theta = \arccos(V_0 \cdot W_0)$$

naziva se uglom između vektora V i W . On se obeležava sa $\theta = \sphericalangle (V, W)$

---- OSTATAK TEKSTA NIJE PRIKAZAN. CEO RAD MOŽETE
PREUZETI NA SAJTU WWW.MATURSKI.NET ----

[BESPLATNI GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI TEKST](http://WWW.SEMINARSKIRAD.ORG)
RAZMENA LINKOVA - RAZMENA RADOVA
RADOVI IZ SVIH OBLASTI, POWERPOINT PREZENTACIJE I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJALI.

WWW.SEMINARSKIRAD.ORG
WWW.MAGISTARSKI.COM
WWW.MATURSKIRADOVI.NET



NA NAŠIM SAJTOVIMA MOŽETE PRONAĆI SVE, BILO DA JE TO [SEMINARSKI](#), [DIPLOMSKI](#) ILI [MATURSKI](#) RAD, POWERPOINT PREZENTACIJA I DRUGI EDUKATIVNI MATERIJAL. ZA RAZLIKU OD OSTALIH MI VAM PRUŽAMO DA POGLEDATE SVAKI RAD, NJEGOV SADRŽAJ I PRVE TRI STRANE TAKO DA MOŽETE TAČNO DA ODABERETE ONO ŠTO VAM U POTPUNOSTI ODGOVARA. U BAZI SE NALAZE [GOTOVI SEMINARSKI, DIPLOMSKI I MATURSKI RADOVI](#) KOJE MOŽETE SKINUTI I UZ NJIHOVU POMOĆ NAPRAVITI JEDINSTVEN I UNIKATAN RAD. AKO U [BAZI](#) NE NAĐETE RAD KOJI VAM JE POTREBAN, U SVAKOM MOMENTU MOŽETE NARUČITI DA VAM SE IZRADI NOVI, UNIKATAN SEMINARSKI ILI NEKI DRUGI RAD RAD NA LINKU [IZRADA RADOVA](#). PITANJA I ODGOVORE MOŽETE DOBITI NA NAŠEM [FORUMU](#) ILI NA

maturskiradovi.net@gmail.com