Metoda najmanjih kvadrata i QR rastav
Vrsta: Nekategorisan rad đ Broj strana: 25

Sadrˇaj z

iii

Popis slika

v

1. PROBLEM NAJMANJIH KVADRATA

U ovom poglavlju dat ´emo kratki uvod u matriˇni problem najmanjih c c kvadrata. Metoda najmanjih kvadrata se koristi kod preodredenih sustava Ax = b u sluˇaju kada imamo viˇe jednadˇbi nego nepoznanica i kada sustav c s z nije rjeˇiv po Kronecker-Capellijevom teoremu. s Problem najmanjih kvadrata se ˇesto koristi u raznim tehniˇkim primjec c nama kao i u ekonomiji (linearna regresija).

1.1

Linearna regresija

Linearnu regresiju ´emo najbolje objasniti na primjeru. Neka je zadano c pet toˇaka u ravnini c x 1 3 4 6 7 y 1 3 2 4 3 kao na slici 1.1. Ukoliko bi pravac y = kx + l prolazio kroz sve zadane toˇke, c tada bi za svaku toˇku (x1 , yi), i = 1, 2, . . . , 5 vrijedilo c k xi + l = yi . U naˇem sluˇaju to daje sustav linearnih jednadˇbi s c z k+l =1 3k + l = 3 4k + l = 2 6k + l = 4 7k + l = 3.

2

5

PROBLEM NAJMANJIH KVADRATA

line 1

4

3

2

1

0 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Slika 1.1: Pet toˇaka u ravnini c

Ovo je sustav s pet jednadˇbi i dvije nepoznanice k i l. Matriˇni oblik sustava z c glasi   1 1 3 1 3   4 1 k = 2 ,   l   6 1 4 7 1 3 odnosno Ax = b gdje je 1 3 A = 4 6 7 1 1 1 , 1 1 1   1 3   b = y = 2 .   4 3

x=

k , l

Ako bi ovaj sustav bio rjeˇiv, tada bi vrijedilo Ax−b = 0 odnosno Ax−b = 0. s c s s z Medutim, zadani sustav oˇito nije rjeˇiv, pa se postavlja pitanje ˇto moˇemo napraviti. Prirodan zahtjev je da izraz Ax − b bude ˇto bliˇi nul-stupcu, s z odnosno da norma Ax− b bude ˇto manja mogu´a. Taj zahtjev matematiˇki s c c zapisujemo kao Ax − b → min . s Ako je x rjeˇenje ovog problema, tada je x takoder i rjeˇenje problema s Ax – b