

Sadržaj z

Popis slika 1 PROBLEM NAJMANJIH KVADRATA 1.1 Linearna regresija . . . . .  
 1.2 Metoda najmanjih kvadrata . . . . . 2 QR 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 RASTAV QR rastav  
 vektora i Householderov reflektor . . . QR rastav matrice . . . . . Numeričko računanje QR  
 rastava . . . . . c c Rješavanje problema najmanjih kvadrata pomoću s c Ekonomični QR rastav . . . . .  
 . . . . . c QR rastav s pivotiranjem po stupcima . . . . . QR rastava . . . . .  
 . . . . . v 1 1 5 11 12 14 15 16 18 18

iii

Popis slika

1.1 1.2 1.3 Pet točaka u ravnini . . . . . c Rješanje problema najmanjih kvadrata . . .  
 . . . . . s Parabola s najboljom prilagodbom . . . . . 2 4 9

v

1. PROBLEM NAJMANJIH KVADRATA

1.1 1.2 Linearna regresija . . . . . Metoda najmanjih kvadrata . . . . . 1 5

U ovom poglavlju dat ćemo kratki uvod u matični problem najmanjih kvadrata. Metoda najmanjih kvadrata se koristi kod preodređenih sustava  $Ax = b$  u slučaju kada imamo više jednadžbi nego nepoznanica i kada sustav  $s z$  nije rješiv po Kronecker-Capellijevom teoremu. s Problem najmanjih kvadrata se često koristi u raznim tehničkim primjecima nama kao i u ekonomiji (linearna regresija).

1.1

Linearna regresija

Linearnu regresiju ćemo najbolje objasniti na primjeru. Neka je zadano pet točaka u ravnini  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$  kao na slici 1.1. Ukoliko bi pravac  $y = kx + l$  prolazio kroz sve zadane točke, tada bi za svaku točku  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, 5$  vrijedilo  $kx_i + l = y_i$ . U našem slučaju to daje sustav linearnih jednadžbi  $s z$   $k+l=1$   $3k+l=3$   $4k+l=2$   $6k+l=4$   $7k+l=3$ .

2

5

PROBLEM NAJMANJIH KVADRATA

line 1

4

3

2

1

0 0 1 2 3 4 5 6 7 8

Slika 1.1: Pet točaka u ravnini c

Ovo je sustav s pet jednadžbi i dvije nepoznanice  $k$  i  $l$ . Matični oblik sustava  $s z$  c glasi  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  odnosno  $Ax = b$  gdje je  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 1 \\ 6 & 1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $b = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$ .

$x =$

$k, l$

Ako bi ovaj sustav bio rješiv, tada bi vrijedilo  $Ax - b = 0$  odnosno  $Ax - b = 0$ . s c s s z Medutim, zadani sustav ožito nije rješiv, pa se postavlja pitanje što možemo napraviti. Prirodan zahtjev je da izraz  $Ax - b$  bude što bliži nul-stupcu, s z odnosno da norma  $Ax - b$  bude što manja moguća. Taj zahtjev matematički s c c zapisujemo kao  $Ax - b \rightarrow \min$ . s Ako je  $x$  rješanje ovog problema, tada je  $x$  također i rješanje problema s  $Ax - b$