Linearno parametarsko programiranje

Linearnim programiranjem rešavaju se problemi u kojima se postavljaju zahtevi da se odredi minimalna ili maksimalna vrednost jedne veličine, pri unapred datim ograničavajućim uslovima. Imajući u vidu prirodu ekonomske delatnosti, jasno je da mnogi njeni problemi mogu biti rešavani linearnim programiranjem. Rešenje koje zadovoljava postavljene zahteve u pogledu kriterijuma i ograničavajućih uslova nazivamo optimalnim rešenjem. Jedan od uslova rešivosti zadatka linearnog programiranja je nepromenljivost parametara bilo u funkciji kriterijuma ili u ograničavajućim uslovima. Međutim, pod uticajem različitih faktora koji deluju u realnom svetu, jasno je da se parametri menjaju tokom vremena. Prvi radovi iz problematike rešavanja ovakvih problema pojavili su se sredinom 50-tih godina 20. veka. Na bazi variranja parametara modela linearnog programiranja formirana je posebna oblast – parametarsko programiranje.

Neka su c(t) i b(t) vektori funkcije kriterijuma i ograničenja koji zavise od promenljive t, i neka je A(t) strukturalna matrica. Model linearnog parametarskog programiranja onda možemo postaviti na sledeći način:

max Z(t) = c(t) x

A(t) x (b(t)

x (0

Variranje promenljive t može biti definisano na čitavoj realnoj osi ili na jednom njenom delu.

Linearna zavisnost vektora funkcije kriterijuma od parametra t

Ukoliko posmatramo slučaj variranja samo vektora u funkciji kriterijuma, model (1) postaje:

(2) max Z(t) = (c(+ tc() x

A x (b

x (0

gde su vektor ograničenja b i matrica A fiksni. Promenljiva t varira na čitavoj t-osi.

Grafička interpretacija modela

Problem linearnog programiranja sa variranjem vektora u funkciji kriterijima u zavisnosti od parametra t moguće je predstaviti i grafički. Pretpostavimo model:

max Z(t) = (c1(+c1(t)x1 + (c2(+c2(t)x2

a11x1 + a12x2 (b1

a21x1 + a22x2 (b2

....

am1x1 + am2x2 (bm

x1,x2 (0

Ograničenja modela definišu poligon mogućih rešenja ABCDEF u ravni x10x2, kao što je predstavljeno na slici.

Neka je za t=t1 dobijena optimalna vrednost u tački D sa optimalnom bazom (1 i rešenjem x*1. Funkcija kriterijuma za Z(t1)=0 predstavlja pravu koja prolazi kroz koordinatni početak. Prava paralelna toj pravoj tangira oblast ograničenja u tački D. Međutim, moguće je da postoji još vrednosti parametra t takvih da tačka D predstavlja optimalno rešenje modela. Skup svih funkcija kriterijuma sa različitim vrednostima parametra t, ali takvih da je tačka D za svaku od njih optimalno rešenje čine pramen pravih koje prolaze kroz koordinatni početak. Prave Z(t1()=0 i Z(t1()=0 paralelne su sa pravama DE i CD, i predstavljaju granične prave iz pramena. Tačka D je optimalno rešenje modela samo za vrednosti iz intervala (t1(,t1((. Za sve vrednosti parametra t van tog intervala tačka D nije optimalna. Za granične vrednosti t=t1(i t=t1(postoje dve optimalne baze, tj. rešenja leže na stranicama poligona DE, odnosno CD.