Грађевински факултет
Предмет: нацртна геометрија
СЕМИНАРСКИ РАД
Конусни пресеци (геометријске криве), Хипербола
ЈАНУАР 2010
Резиме
У овом раду обрађен је појам хиперболе. Укратко је објашњен настанак различитих конусних пресека. Описана је кострукција хиперболе у равни и њена конструкција као конусног пресека. Дати су примери хиперболе у техници и грађевинарству, који су праћени одговарајућим сликама. На крају је приказано, на примеру расхладног торња, како се хипербола користила у његовој конструкцији.
Конусни пресеци
Пресек конуса и равни увек одређује неку криву. Пресечна крива је оног реда, којег је реда и сам конус. У овом раду разматрамо само конус другог реда, чије су и пресечне криве другог реда.
У зависности од међусобног положаја равни и конуса, пресек може бити тачка (врх конуса), права (изводница конуса), елипса (специјално круг), парабола и хипербола.
Пресек је тачка ако пресечна раван пролази кроз врх конуса, а не сече конус ни по једној изводници; права- ако раван додирује конус по изводници; две праве- ако раван пролази кроз врх конуса али и сече га по двема изводницама (те две изводнице су пресек). Када пресечна раван не пролази кроз врх конуса, пресек је нека крива другог реда, као што је приказано на Слици 1.
Ако је раван паралелна са једном изводницом конуса, онда сече све изводнице у коначности, осим те једне. Дакле, пресечна крива је парабола (има једну тачку у бесконачности). Ако раван сече све изводнице конуса, пресечна крива је елипса. При томе, ако је раван паралелна са базисом конуса, пресек је круг. Ако је пресечна раван паралелна двема изводницама, онда сече све изводнице, осим те две, у коначности, а пресечна крива је хипербола.
Да би смо одредили која је пресечна крива равни и конуса, постављамо кроз врх конуса помоћну раван која је паралелна са пресечном равни. При томе, ако помоћна раван не сече конус, пресек је елипса; ако га додирује по једној изводници- парабола, а ако га сече по двема изводницама, пресек је хипербола.
Дефиниција и конструкција хиперболе
Хипербола се дефинише као геометријско место тачака M(x,y) чија је разлика удаљености од две фиксиране тачке те равни константна и једнака задатој дужини │MF-MF’│=2a. Аналитички, даје се једначином EMBED Equation.DSMT4 .
Хипербола се састоји из два симетрична дела, а сваки од њих има два темена, фокус (жижу) F и две асимптоте (заједничке за оба дела) чије су једначине EMBED Equation.DSMT4 . Права на којој се налазе фокуси је реална оса хиперболе.
Када су позната темена T1 и T2 и фокуси хиперболе, могу се конструисати и остале њене тачке. Узмимо на реалној оси хиперболе произвољну тачку 1. Тачке хиперболе M1 и M2 добијамо у пресеку кружних лукова који су описани око F и F1. Кружни лукови су полупречника r=T11 и r2=T21 и оба се описују око жижа хиперболе. Такође, два кружна лука истих полупречника а, описују се око обе жиже. На пресеку ових лукова добијамо 4 тачке хиперболе. Још 4 тачке добијамо понављањем поступка за неку другу произвољну тачку 2. Кроз половину одстојања T1T2 пролази имагинарна оса хиперболе, која је нормална на реалну. У пресеку лукова полупречника OF1 који имају центре у жижама, налазе се на имагинарној оси тачке T3 и T4 –темена имагинарне хиперболе. Тангенте у теменима релане и имагинарне хиперболе чине тангентни правоугаоник, чије су дијагонале асимптоте хиперболе.